

**DEVOIR N°4 DE MATHÉMATIQUES****EXERCICE : QCM :** (5 points)

Pour chacune des questions, quatre(4) réponses sont proposées dont une seule est exacte ; choisis la lettre correspondant à la bonne réponse.

- La fonction numérique g définie par $g(x) = \frac{\ln x}{x-1}$ a pour domaine de définition :
 a) $]0; 1[\cup]1; +\infty[$; b) $] -\infty; 0[$; c) $]0; +\infty[$; d) $] -1; 0[$
- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2+2x-5}{2-x}$. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$;
 a) $f(x) = -x - 4 - \frac{3}{2-x}$; c) $f(x) = -x + 4 + \frac{3}{2-x}$
 b) $f(x) = x - 4 + \frac{3}{2-x}$; d) $f(x) = -x - 4 + \frac{3}{2-x}$
- (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = -2$ et de premier terme $v_1 = 4$. L'expression de v_n en fonction de n est :
 a) $v_n = -2n + 4$; b) $v_n = 2n + 6$; c) $v_n = -2n - 4$; d) $v_n = -2n + 6$
- L'équation (E): $\ln(x-2) + \ln x = \ln 8$ a pour solution dans $\mathbb{R}$:
 a) $S_{\mathbb{R}} = \{-2; 4\}$; b) $S_{\mathbb{R}} = \{-2\}$; c) $S_{\mathbb{R}} = \{4\}$; d) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$
- Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. Soit h une fonction définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3 + \ln(x+e)$ et (C_h) sa courbe représentative. Le point d'intersection de (C_h) avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées :
 a) $(0; e)$; b) $(-3; 0)$; c) $(0; -2)$; d) $(0; -3)$
- L'inéquation $\ln(5x - x^2) \leq \ln 6$ a pour ensemble de validité :
 a) $] -\infty; -5[\cup]0; +\infty[$; b) $] -5; 0[$; c) $] -5; 6[$; d) $]0; +\infty[$
- On considère la suite géométrique (w_n) de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $w_0 = -8$. Quelle est la valeur du terme w_4 ?
 a) $\frac{-1}{2}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{1}{2}$; d) -1
- Soit la fonction h définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + x \ln 2x$. La fonction dérivée h' est :
 a) $h'(x) = x + 1 + \ln 2x$; c) $h'(x) = x + \ln x + 1$
 b) $h'(x) = x - 1 + \ln 2x$; d) $h'(x) = x + \ln 2x$
- L'écriture simplifiée de $Z = \ln(e + e^2) - \ln(1 + \frac{1}{e})$ est :
 a) -1 ; b) 2 ; c) 0 ; d) 1
- On considère la fonction k définie par $k(x) = \frac{3x+\ln x}{1-x}$. $\lim_{x \rightarrow 1^+} k(x)$ est :
 a) $-\infty$; b) $+\infty$; c) 0 ; d) Aucune bonne réponse

PROBLEME (10 points)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = 3 - 2x + \ln x$ de courbe représentative (C) dans le plan est muni d'un repère orthogonal $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 2 cm)

- Donner l'ensemble de définition D_f de f .
- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.
- Vérifier que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x(\frac{3}{x} - 2 + \frac{\ln x}{x})$

- 4) Calculer la limite de f en $+\infty$.
- 5) Démontrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{-2x+1}{x}$
- 6) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
- 7) On considère la droite (D) d'équation $y = -2x + 3$.
Etudier la position relative de (C) par rapport à (D)
- 8) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- 9) Calculer $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f(2)$; $f(3)$ à 10^{-1} près.
- 10) Construire la droite (D), la tangente (T) et la courbe (C).

On donne : $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$

SITUATION D'INTEGRATION (5 points)

Dans le cadre de l'autonomisation des femmes, une ONG décide de mettre en place un projet « **une femme, 50 poulets** ».

L'ONG a formé les femmes en une semaine sur les méthodes et techniques d'élevage. A la fin de la formation, elle offre entre 5 et 50 poulets à chacune des femmes ayant participé à la formation qu'elles pourront écouler au bout de 6 mois. Les dépenses en confection de poulailler, nourriture et quelques accessoires entrant dans le cadre de l'élevage sont données par la fonction D définie par $D(x) = \frac{1}{2}x^2 - 26,5x + 150$, x désigne le nombre de poulets (les dépenses sont en milliers). Tous les poulets seront vendus au prix unitaire de 3500 FCFA.

L'ONG veut alors avoir une idée sur le bénéfice maximale que pourrait avoir chacune des femmes afin de planifier un autre projet.

Dans cette même optique, ROSA, une des femmes ayant bénéficié du projet « **une femme, 50 poulets** » souhaite se lancer dans le jardinage dans un bas-fond aménagé de la place. Le propriétaire du jardin, lui propose alors un salaire de 15000 FCFA par mois avec une possibilité d'augmentation de 5% du salaire précédent chaque mois.

Ayant l'intention de s'acheter un réfrigérateur aux prix 175000 FCFA pour la vente de jus, ROSA se pose la question suivante : « **pourrai-je acheter le réfrigérateur au bout d'une année ?** »

Tu es sollicitée pour trouver des réponses aux différentes préoccupations de l'ONG et de ROSA.

TACHES

TACHE1 : Montre que la fonction de bénéfice est modélisée par $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - 150$

TACHE2 : Trouve le bénéfice maximal obtenu par chacune des femmes.

TACHE3 : Détermine la somme dont disposera ROSA au bout d'une année puis répond à sa question.

On donne : $(1,05)^{12} = 1,8$